

Praktikum 4: Diskrete Fourier-Transformation

Aufgabe 1: DFT Implementierung

- a) Schreiben Sie eine Matlab Funktion, die einen Signalvektor $y[k]$ als Argument nimmt und die DFT dieses Signals gemäß der Definition

$$Y[k] = \sum_{n=0}^{N-1} y[n] \cdot e^{-jkn\frac{2\pi}{N}}. \quad (1)$$

berechnet. Stellen Sie sicher, dass ihre Implementierung

- *nicht* Matlabs `fft` Funktion benutzt, sondern die Gleichung (1) direkt implementiert,
- nicht länger als 10 Zeilen ist,
- so schnell wie möglich läuft.

Verwenden Sie die Funktion `rand` um einen zufälligen Vektor zum Testen zu erstellen.

- b) Vergleichen Sie die Laufzeit Ihrer DFT-Implementierung mit der von Matlabs `fft` Funktion für ein Eingangssignal der Länge 3000.

Hinweise:

- Realisieren Sie die DFT als Funktion mit dem Befehl `function`.
- Sie können die Richtigkeit Ihrer Funktion testen, indem Sie zunächst für ein kleines Testsignal (z.B. 1:4) das Ergebnis Ihrer Funktion mit dem von Matlabs `fft` Funktion vergleichen.
- Für Teil (b) sind die Matlab Funktionen `tic` und `toc` sinnvoll.

Aufgabe 2: Spektrum eines Rechtecksignals

Es soll das Amplitudenspektrum des Rechtecksignals

$$y(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq t < \tau = 2 \text{ ms} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

untersucht werden.

- a) Theoretische Vorüberlegung:

- Bestimmen Sie die Fourier-Transformierte $Y(j\omega)$ des Signals $y(t)$.
- Berechnen und skizzieren Sie das Amplitudenspektrum $|Y(j\omega)|$. Hinweis: Sie können die Matlab-Funktion `sinc` zu Hilfe nehmen: $\text{sinc}(x) = \text{si}(\pi x)$

- iii) Bei welcher Frequenz nimmt das Amplitudenspektrum den maximalen Wert an und wie groß ist der maximale Wert?
 - iv) Bei welchen Frequenzen liegen die Nullstellen des Amplitudenspektrums?
- b) Numerische Berechnung mittels DFT:
- i) Erzeugen und plotten Sie in Matlab einen Vektor, der die mit einer Abtastfrequenz von $f_s = 8000$ Hz abgetasteten Werte des Rechtecksignals enthält. Wählen Sie die Anzahl N der Abtastwerte so, dass das Signal wenigstens über einen Zeitraum von 5 ms dargestellt wird und dass N eine Potenz von 2 ist. Achten Sie bei der graphischen Darstellung auf eine korrekte Skalierung und Beschriftung der Zeitachse.
 - ii) Berechnen Sie die DFT des Rechtecksignals und stellen Sie das Amplitudenspektrum im Frequenzbereich $[0, f_s/2]$ graphisch dar. Achten Sie auf die korrekte Beschriftung der Frequenzachse.
 - iii) Welchen Parameter müssen Sie ändern, um die Frequenzauflösung des Amplitudenspektrums zu erhöhen? Überprüfen Sie anhand der Nullstellen und des Maximalwertes des Spektrums, ob sich das so berechnete Spektrum bei steigender Frequenzauflösung der theoretisch zu erwartenden Form annähert.

Aufgabe 3: Telefontöne

- a) Laden Sie in Matlab die Datei `slow1.wav` und hören Sie sich das Signal an. Hinweis: Verwenden Sie die Funktionen `audioread` und `soundsc`.
- b) Stellen Sie das Signal im Zeitbereich graphisch dar. Achten Sie auf eine korrekte Skalierung der Zeitachse.
- c) Stellen Sie das fouriertransformierte Signal graphisch dar. Achten Sie auf eine korrekte Skalierung der Frequenzachse.
 - i) Können Sie die Töne der Frequenzpeaks am oberen Ende des Spektrums hören?
 - ii) Benutzen Sie die Funktion `xlim`, um das Spektrum auf den für das Mehrfrequenzwahlverfahren relevanten Frequenzbereich einzuschränken, siehe Anhang. Sehen Sie alle Frequenzen, die Sie erwarten?
- d) Wie lautet die Ziffernfolge?
Hinweis: Signal in geeignete Anzahl von Teilsignalen aufteilen und die Spektren der Teilsignale separat plotten.
- e) Hören Sie sich die weiteren fünf mitgelieferten Dateien an. Wie lauten die entsprechenden Ziffernfolgen?
Zur Kontrolle: Es handelt sich jeweils um zwölf Ziffern von denen die ersten sechs identisch zu den zweiten sechs sind. Erkennen Sie die Systematik in den Beispielen?

Praktikumsbericht:

Für dieses Praktikum müssen Sie keinen Bericht anfertigen.

Anhang: Mehrfrequenzwahlverfahren (MFV)

Das Mehrfrequenzwahlverfahren ist eine Methode, um die Ziffern $0, 1, \dots, 9$ akustisch zu übertragen (z.B. zur Übermittlung von Telefonnummern). Jede Ziffer wird dabei als Überlagerung (d.h. als Summe) zweier harmonischer Schwingungen fest vorgegebener Frequenz dargestellt. Die dabei benutzten Frequenzen sind in folgender Tabelle zusammengefasst:

		Frequenz 2		
		1209 Hz	1336 Hz	1477 Hz
Freq. 1	697 Hz	1	2	3
	770 Hz	4	5	6
	852 Hz	7	8	9
	941 Hz	*	0	#

Zum Beispiel wird die Ziffer 1 als Summe zweier harmonischer Schwingungen der Frequenz 697 Hz und 1209 Hz dargestellt. Um eine Folge von Ziffern zu übertragen, wird für jede Ziffer das akustische Signal nur für eine gewisse Signaldauer übertragen. Die Signale für die verschiedenen Ziffern werden von Signalpausen unterbrochen.

Für Details zum Mehrfrequenzwahlverfahren siehe etwa:

<https://de.wikipedia.org/wiki/Mehrfrequenzwahlverfahren>